

## **A matematikatanítás eredményességét növelő módszerek a felsőoktatásban**

**Horváth-Szováti Erika**

Soproni Egyetem Matematikai Intézet  
horvath-szovati.erika@uni-sopron.hu

**ÖSSZEFOGLALÓ.** Megérkezett a Z-generáció a felsőoktatásba, ezért a matematika oktatás modernizálása az egyetemeken is nagyon időszerű. Milyen legyen az a matematika-oktatás, amellyel képesek leszünk megfelelni a jövő kihívásainak?

**ABSTRACT.** The modernization of mathematics teaching in higher education is very timely. The notation used in mathematics to learn, develop problem-solving skills and the development of mathematical thinking is the most important goal. How can this be achieved in higher education?

### **1. Bevezetés**

A matematika fogalmai, tételei, eljárásai, jelölésrendszere biztosítja azokat az ismereteket, amelyekkel a mérnöki berendezések működését meghatározó természeti törvények, vagy a kísérletek során tapasztalt jelenségek leírhatók. A matematika másrészt intellektuális tevékenység, egy speciális gondolkodásmód. Tanulása során fejlődnek ki azok a gondolkodási képességek, amelyek nélkülözhetetlenek minden műszaki, agrár, informatikai és gazdasági területen dolgozó értelmiségi számára. Ilyenek például az ok-okozati kapcsolat felismerése, a szükséges, az elegendő, és a szükséges és elegendő feltétel fogalma, az állandó kételkedés és kérdésfeltevés, a bizonyítások szükségességének felismerése és a bizonyítások módszerei. Az sem mellékes, hogy a szaktárgyak jelentős részében hasznosítható a matematika tudományának logikája, továbbá a matematika tanulása során az önálló ismeretszerzéshez szükséges képességek is fejlődnek.

### **2. Új generáció, új módszerek**

Napjainkban az 1995 után született Z generáció kerül be az egyetemekre. A modern technikák, az informatika, az online világ velük együtt vált nagykorúvá, és a személyiségükre hatalmas hatást gyakorol. A Z generáció tagjai kérdéseikre a választ azonnal az interneten keresik, közösségi fórumokon egymást kérdezik. A kisgyermek koruk óta használt számítógép, a virtuális világ magas fokú vizualitást, fejlett térlátást, jó figyelem megosztási képességet, gyors reakciókészséget, eredményorientáltságot alakított ki bennük. Ezzel együtt negatív tulajdonságok sorát is eredményezte, mint például a türelmetlenség, kisebb kudarc- és stressz tűrő képesség, vagy az, hogy nincs kitartásuk hagyományos módszerekkel (könyvből, jegyzetből, papírra tollal írva, sok levezetést begyakorolva) tanulni. A Z generáció tagjai „szenvednek” a hagyományos egyetemi képzésben, sokszor több a kudarcélményük, mint a sikerélmény, így elveszítik a motivációjukat. Nem feltétlenül arról van szó, hogy a szellemi

képességeik rosszabbak az előző generációkéénál. Csupán más környezetben nevelkedtek, szocializálódtak.

Mi, egyetemi oktatók az X vagy Y generáció tudását, képességeit keressük bennük, és ugyanúgy szeretnénk tanítani őket, ahogy ezt az előző generációkkal tettük. Ezzel szemben más a belépő tudásuk, mint amit mi elvárunk, és mást vár el tőlük a munka világa is, mint amire mi jelenleg felkészítjük őket. Lehet, hogy a probléma megoldását ezek szerint a felsőoktatáson belül kell keresni?

### 3. A matematikai képzés rendszere a felsőoktatásban – a képzés három szintje

A felsőoktatásban a matematikai a képzés rendszerében három szint elkülönítésére lenne szükség. Az első lépcsőfok a BSc képzés matematika-oktatásának alapozása lenne. Egyetemünkön néhány évvel ezelőtt még létezett ez a szintje az oktatásnak, sajnos jelenleg már nincs. A korábbi gyakorlat az volt, hogy az egyetemünkre frissen belépő elsőéves hallgatók matematika tudását a tanév legelején felmértük. Ez egy úgynevezett alapvizsga dolgozat megíratásával történt. Bizonyos szakok hallgatói csak akkor vehették fel a Matematika I. tantárgyat, ha az első szemeszter legelején sikeres alapvizsgát tettek. A sikertelen alapvizsgát tett hallgatóság számára egy Alapozó matematika című, választható tárgy került meghirdetésre, amelynek célja a középiskolai tananyag vázlatos áttekintése volt.

A második szint a BSc (vagy osztatlan képzés) matematikai ismereteinek elsajátítása. Itt már viszonylag stabil középiskolai ismeretekkel és rendszerezett tudásanyaggal rendelkező hallgatókra van szükség. Ha a tanár által vezérelt, szigorúan megtervezett, jól ütemezett tanítási-tanulási folyamatban mindenki hajlandó lenne aktívan részt venni, azaz a tananyagot heti rendszerességgel elsajátítaná, a házi feladatokat megoldaná, időben kérne segítséget másoktól, akkor sokkal több sikeres hallgatónk lenne. Egy téveszme az, hogy elegendő a zárthelyi előtt egy héttel nekiállni a matematika tananyag elsajátításának, és mégis sokan elhiszik. Szerencsére azért találkozunk egy-egy lelkesen tanuló, egymást motiváló kisebb csoporttal, ők jó eredményeket érnek el. Számukra sokkal kevesebb kudarccal jár a felsőbb matematikai alapismeretek elsajátítása, sőt még örömet és sikerélményt is találnak benne, függetlenül attól, hogy kifejezetten érdeklődnek a matematika iránt, vagy sem.

A harmadik szint a matematikai alapismeretek során elsajátított tudásanyag és képességek alkalmazása a matematika későbbi, speciális fejezeteiben. Egyes szakokon már a BSc képzés során lineáris algebrát, valószínűségszámítást, statisztikát külön tantárgyként hallgatják hallgatóink, illetve az MSc és PhD képzésben is visszatér a matematika. A műszaki alapozó tárgyak, majd a mérnöki szaktárgyak elsajátítása során is nagy segítség, ha valaki a matematika tanulása során szerzett ismereteket, jártasságokat, készségeket, képességeket hasznosítani tudja. Megállapítható, hogy még a tanulmányaik elején nagyon gyenge hallgatóink is legtöbbször sikeresebbé válnak a későbbi, speciális matematika tantárgyak elsajátítása során. Valószínűleg időközben megtanulják, hogy hogyan kell a matematikát elsajátítani, illetve az első félévek sorozatos kudarcainak hatására a tárgyhoz való hozzáállásuk is megváltozik.

### 4. A matematika tanár munkája

Az oktatás – bármilyen tantárgyról is van szó – egy nagyon komplex feladat: az ismeretszerzési, tanítási-tanulási folyamat tervezése, irányítása és értékelése a cél. Hatékony pedagógiai eszközrendszert kell kidolgozni, azt végrehajtani, és a képzési célokat el kell érni. A tervező munkának vannak bizonyos premissái, pl. a hallgatókról (a hallgatói

csoportokról) szerzett és feldolgozott információk, a meghatározott tananyag, valamint a tanítási célja. Tudni kell, hogy a hallgatók az előtanulmányaik során milyen ismeretekre, jártasságra, készségekre tettek szert, milyenek a képességeik, milyen a munkamódszerük, mennyire önállóak, van-e önellenőrző képességük, fegyelmük (önfegyelmük), koncentrációképességük. Milyen a motivációjuk, milyenek az akarati tulajdonságaik. A peremfeltételek ismeretében, a feltárt körülmények mellett kell megtervezni a közelebbi és távolabbi célok elérésének konkrét módját. Az oktatási folyamat hatékonysága attól is függ, hogy a folyamat egyes szakaszai mennyire vannak összehangolva. Figyelembe kell tehát venni az egyes szakaszok közti ugrásokat, átváltási nehézségeket is (középfiskola – BSc képzés, BSc képzés – MSc képzés).

A peremfeltételek feltárása után a korábbiakban említett első és második lépcsőfok sikeres végrehajtásához a tananyagot elemezni kell, annak didaktikai szerkezetét meg kell vizsgálni (fogalmak, ezek kapcsolatrendszere, tételek, ezek kapcsolatai, bizonyítások, eljárások, szükséges előismeretek). Ezt követően a tevékenység szintek megállapítása (a felsőoktatásban szokásos oktatási struktúra szerint: előadás anyag, gyakorlati anyag és önálló munka), és az eszerinti tagolás, majd ezeknek a szakaszokra való bontása (kb. 13 oktatási hétre történő elosztás) történik. Fontos a középfiskolai és egyetemi oktatási forma közti eltéréseket is figyelembe venni, de alkalmazkodni kell a hallgatóság igényeihez is.

Az egyetemeken nagy arányban megjelenő gyenge előképzettségű tanulók fejlesztésére a felsőoktatásban kevés lehetőség van. Nincs felzárkóztató óra, legfeljebb néha egy-egy konzultációs lehetőség. Ez utóbbin nem a középfiskolai hiányosságok pótlása, hanem az aktuális tananyag kapcsán felmerülő kérdések megválaszolása a cél. A diákok egyéni haladási tempóját nem tudjuk figyelembe venni. Legtöbbször nagy létszámú csoportokban zajlik a gyakorlati óra, ráadásul feszített a tananyag mennyisége miatt a munkatempó, így a táblához kihívni hallgatókat csak nagyon ritkán van lehetőségünk. A matematika óraszámokat minimalizálták, viszont a mérnöki tudományok későbbi elsajátításához szükséges minimális matematika tananyagot mégis meg kellene tanítanunk. Az oktatók leterheltek, így további csoportbontásokra nincs lehetőség. A gyenge munkafegyelmű, tanulásban alulmotivált diákokról nincs rendszeres visszajelzés, csupán a rengeteg elégtelen zárthelyi dolgozat mutatja, hogy valami nincsen rendben. A kis egységekben megfogalmazott, így teljesíthető követelmények megadhatnák a siker lehetőségét, az értelmes tanulás örömét, de ennek megvalósítása ilyen körülmények mellett nagyon nehézkes.

Tapasztalataink szerint napjainkban a hozzánk érkező hallgatók jelentős részének jóval több instrukcióra, vezetésre, gyakoribb számonkérésre lenne szüksége, mint a korábbi évek diákságának, azaz az oktatás módszereit a középfiskolai módszerek irányába kell eltolni.

## 5. Projektpedagógia a matematika oktatásban?

A munka világában ma már egyre gyakran találkozunk a projekttervezés és projektvégrehajtás fogalmával. A projektpedagógia olyan tanulásszervezés, amelynek középpontjában valamilyen probléma (esetleg elvégzendő tevékenység) áll, és a hangsúlyt az ismeretek megszerzésének, illetve a képességek fejlesztésének folyamatára helyezik. Idetartozik az általános iskolákban, illetve középfiskolákban már bevezetésre került projekt- vagy témahét fogalma is. A projektmódszer a tanulói tevékenységek tudatos tervezését igényli, a megismerés fő forrásává a tanuló tapasztalatát, érdeklődését, tevékenységét teszi. A projektpedagógiában nagyon sokszor alkalmazzák a csoportos és páros munkát. Ennek hatékonyságát azzal indokolják, hogy minden ismeretszerzési folyamatnak két oldala van: egyrészt individuális és kollektív, másrészt társadalmi tevékenység. A csoportmunka és páros munka során a matematikai probléma megoldása marad a középpontban, a tevékenység mégis érdekességé, különlegességé válik, és ez a módszer az összetettségével, újszerűségével a

figyelem fenntartásának fontos eszköze. Tehát az egyén még hatékonyabban jut ismeretekhez, ha nem csak közlés által kapja az információkat, hanem saját tevékenységével is hozzájárul az ismeretszerzéshez, illetve viták, eszmecserék által a többiektől is tanul. A csoportmunka a matematikaoktatásnak ezen a szintjén szervezeten kevéssé kivitelezhető. Vannak ugyan baráti, kollégiumi tanulópárok, kisebb tanulócsoporthok, amelyek eredményesen működnek, de tanári irányítással végzett csoportmunkát eddig nem alkalmaztunk. Valószínűleg hasznos lenne, ha a hallgatók számára a jelenleginél többször tudnánk kiadni feladatokat otthoni feldolgozásra, úgy, hogy közbeiktatott közös megbeszélésekkel, tanári irányítással, kiegészítésekkel és magyarázattal, de mégis önállóan szerezzenek ismereteket. Ezt a módszert többnyire csak a kis létszámú MSc és PhD órákon használjuk, továbbá a zárthelyik és vizsgák előtti konzultációkon fordul elő kötetlen csoportos beszélgetés a matematikáról. Ez a módszer hatékony mind a tervezés, mind az ismeretszerzési folyamat irányítása szempontjából is, ugyanis megvalósul benne a visszajelzés (formatív értékelés). Ez pedig lehetőséget ad arra, hogy a tananyag tárgyalására szánt időt a hallgatói igényeknek legmegfelelőbb arányban osszuk el az egyes anyagrészek között. Haszna továbbá, hogy felkészít az önálló ismeretszerzésre, fejleszti az önellenőrző és önértékelési képességet.

## 6. A modern előadás és gyakorlat

A felsőoktatásban a tanórák két különböző típusa az előadás és a gyakorlat. A szakirodalom az előadásoknak három különböző típusát említi: hagyományos, problémafelvető és interaktív.

A hagyományos előadás során az előadó bizonyos információ-anyagot készít, megjegyzésre alkalmas formában közöl, a hallgatók nem vesznek részt az információk létrehozásában, munkájuk csupán az ingerek befogadása és a jegyzetelés. Ha közvetlenül az előadás után mérjük, hogy mennyire hatékony ez a módszer az ismeretelsajátítás szempontjából, akkor 10–20 százalékos eredményt kapunk. A hagyományos előadás és a középiskolai oktatás között olyan nagy a szakadék, hogy még a tehetséges hallgatóknak is nehézséget jelent az átállás.

A problémafelvető (diszkurzív) előadás lényege az, hogy társalgási stílusban, a hallgatóssággal párbeszédet folytatva ismertetjük meg a tananyagot. Ez az előbbi módszernél nagyobb aktivitást követel a diákságtól és önálló gondolkodásra tanít. A problémafelvető előadás hátránya az, hogy a kérdések megvitatására, igazi párbeszéd kialakítására – legtöbbször időbeli korlátok miatt – csak csekély mértékben van lehetőség, a hallgatók önálló gondolatai sokszor rejtve maradnak. Mérések igazolják, hogy ennek hatékonysága 40–60 százalék.

Az interaktív jellegű előadást egyes irodalmakban *konverzátorium jellegű*, vagy *konverzátorikus* előadásnak is nevezik (konverzáció=társalgás, beszélgetés). Ez azt jelenti, hogy az előadáson megpróbáljuk sokat foglalkoztatni a hallgatókat, így az érdeklődésüket végig fenntartjuk. Hallgatói tevékenység lehet például a matematika oktatás során a tárgyalt egyszerűbb tételek önálló igazolása (akár házi feladatként), és az előadáshoz kapcsolódó, tanár által kiadott típuspéldák otthoni megoldása. Ez a módszer áll legközelebb a Galilei által már több, mint 400 évvel ezelőtt megfogalmazott gondolathoz, miszerint „Az embert nem lehet valamire megtanítani, hanem csak hozzásegíteni ahhoz, hogy a tudást maga szerezzé meg.” Az interaktív előadás hatékonysága kutatások szerint 70–90 százalék.

Intézetünk oktatói igyekeznek interaktív jellegű előadásokat tartani, de mindnyájan más-más személyes megközelítésben. Önállóan bizonyítandó tételket, illetve házi feladat példákat adunk minden órán, de természetesen megfelelő előkészítést (rávezetés, instrukciók, stb.) követően. Együtt „fedezzük fel” az összefüggéseket, nehézségeket és szépségeket, amelyek a

tananyagban szerepelnek, és matematika történeti érdekességek említésével próbáljuk közelebb hozni a tananyagot a diákokhoz. A hallgatók ilyen módon tapasztalataim szerint nagyobb eséllyel szokják meg a rendszeres, tananyag követő tanulást, illetve az önálló ismeretszerzésre is fokozatosan alkalmassá válnak.

A gyakorlatokon a legfontosabb cél az előadás anyagának alkalmazása, de előadást előkészítő, ismereteket rendszerező funkciója is lehet. Az ismeretanyagot több oldalról megközelítve mélyíthetők a hallgatók ismeretei, fejleszthető gondolkodási képességük. Gyakorlaton egy kicsit több lehetőség van problémafelvetésre, kérdésfeltevésre, és az együtt gondolkodásra, de számtalan nehézség és oktatási kérdés is felmerül a gyakorlatokkal kapcsolatban, amelyekről már az előző részben szó volt.

Mind előadáson, mind gyakorlaton igyekszünk figyelembe venni a didaktikai alapelvek mindegyikét: fokozatosság, szemléletesség, arányosság, rendszeresség-szervezettség, komplexitás. Mindezek ellenére sokszor találkozunk a matematika tantárgyak követelményeit nem, vagy csak sokadszorra, az elégségeshez szükséges minimális eredménnyel teljesítő hallgatókkal. Elsősorban az oktatási módszereinket, a tananyag mennyiségét és egyéb körülmények felülvizsgálatát szoktuk ilyenkor elvégezni. Egy hatalmas dilemma a következő: ha nem engedünk az oktatás színvonalából, akkor nagy lesz a lemorzsolódás, ha kisebb követelményeket támasztunk, akkor pedig romlik az intézmény presztízse, és a végzettek alkalmatlanok lesznek a feladataik ellátására. A tananyag mennyisége véleményünk szerint sajnos tovább már nem csökkenthető, hiszen vannak minimális követelmények, amelyekre szükség van a mérnöki tudományok elsajátításához. Felmerül néhány másik tényező szerepe is ebben a kérdésben: például a hallgató képességei, szorgalma, a tantárgyhoz való hozzáállása.

## 7. Összefoglalás: Mi lehet a megoldás?

Modern oktatási módszerek kialakítására van szükség: problémaalapú oktatás, projektmunka, kollaboratív, kooperatív tanulás, ismeretátadás helyett kompetenciafejlesztés, az ismeretek számonkérése helyett kompetenciamérés. Sokak szerint az ismeretközlő kontaktórák számát csökkenteni, és az irányított, önálló, problémamegoldó tanulási időt pedig növelni kellene. A hagyományos, frontális oktatás nem oly mértékben készítet gondolkodásra, mint a modern, interaktív oktatás. Korszerű tanulásirányítási módszereket kellene alkalmazni, a tanulási folyamatot szinte semleges szereplőként, facilitátorként kellene irányítani. A kérdés csak az, hogy lehet-e, és ha igen, akkor hogyan lehet matematikát oktatni a napjainkban szokásos óraszámban, nagy létszámú csoportokban, a már korábbiakban vázolt matematikai alapismeretekkel rendelkező hallgatóknak facilitátorként?

## Irodalomjegyzék

- [1] **Báthory Z., Falus I.**, Pedagógiai Lexikon. I. kötet. Keraban Könyvkiadó, Budapest, 1977.
- [2] **Falus I.**, Didaktika. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.
- [3] **Póta M.**, Újszerű módszerek – eredményesebb matematikaoktatás?!  
[http://folyoiratok.ofi.hu/sites/default/files/article\\_attachments/upsz\\_2009\\_8-9\\_12.pdf](http://folyoiratok.ofi.hu/sites/default/files/article_attachments/upsz_2009_8-9_12.pdf)
- [4] **Tózsér J., Magyar F., Mezei T., Káposzta J.**, Beszélgetés a felsőoktatás fejlesztéséről az agrár-, élelmiszer- és vidékgazdaság kihívásai tükrében.  
<https://szie.hu/sites/default/files/valosag-beszeltetunk-a-felsooktatasirol.pdf>
- [5] **Vigné Lencsés Á.**, A műszaki főiskolai matematikaoktatás eredményességének növelése. Acta Pedagogica 2001.02. 37-46.p.  
[http://epa.oszk.hu/00000/00031/00002/pdf/actapaed\\_EPA00031\\_2001\\_02\\_037-046.pdf](http://epa.oszk.hu/00000/00031/00002/pdf/actapaed_EPA00031_2001_02_037-046.pdf)
- [6] **Wincenty O.**, Felsőoktatási didaktika. Felsőoktatási Pedagógiai Kutatóközpont, Budapest, 1973.