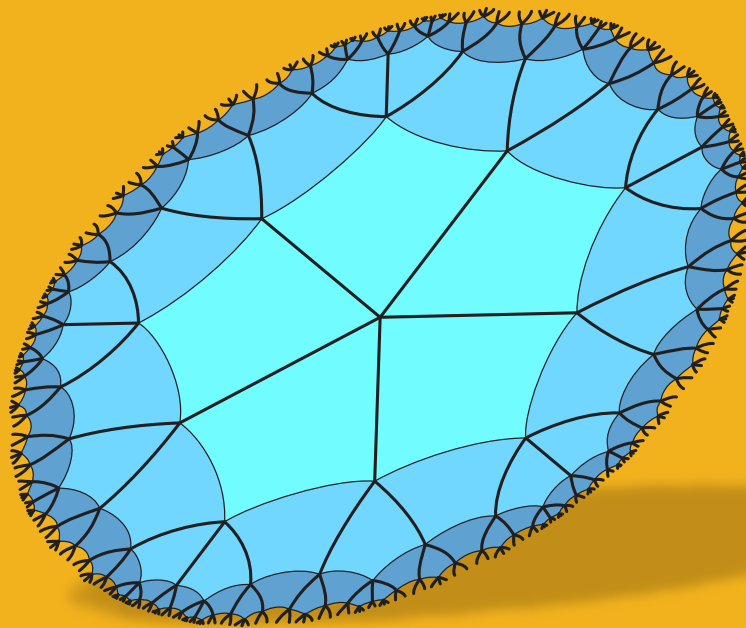


Dimenziók

Matematikai Közlemények

X. kötet



**SOE FMK Informatikai és Matematikai Intézet
Soproni Tudós Társaság
2022**

Dimenziók

Matematikai Közlemények

X. kötet

SOE FMK Informatikai és Matematikai Intézet

Soproni Tudós Társaság

2022

A Dimenziók – Matematikai Közlemények 2013 óta évente egyszer megjelenő tudományos folyóirat. A kéziratokat a szerkesztőbizottság tagjai, vagy független bírálók véleményezik, de a tartalomért a szerzők a felelősek.

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG:

Nagy Zsolt (címzetes egyetemi docens, középiskolai tanár)

Németh László (SOE, egyetemi docens)

Szalay László (SOE, egyetemi tanár)

SZERKESZTŐ:

Németh László

TECHNIKAI SZERKESZTŐ:

Németh László

KIADÓ:

Soproni Egyetem

Faipari Mérnöki és Kreatívipari Kar

Informatikai és Matematikai Intézet

9400 Sopron, Bajcsy-Zsilinszky utca 4.

és

MTA VEAB Soproni Tudós Társaság

9400 Sopron, Csatkai Endre utca 6-8.

Elektronikus elérhetőség: <http://matematika.emk.uni-sopron.hu/dimenziok>

HU ISSN 2064-2172

© Szabadon terjeszthető a forrás megjelölésével.

Tartalomjegyzék

Elemi majdnem-Johnson-poliéderek és számítógépes modellezésük	3
A Cayley-Dickson-féle mátrixok algebrájáról.....	17
Covid variánsok időbeli változásának vizsgálata.....	23
A természetes szelekció vizsgálata varianciaanalízissel	37
Covid adatsor időbeli változásának vizsgálata új belépő variánsok esetén.....	47
A Coulomb-féle súrlódással csillapított rezgőmozgás – oktatói szemmel.....	59
Gerjesztett rezgések differenciálegyenletes modelljei	71
Konvex sokszöglemezek elsőfajú rögzítése	81
Lichtenstein's integral equation for the Stokes problem via conformal mapping.....	87

Covid variánsok időbeli változásának vizsgálata

Csanády Viktória

Soproni Egyetem

Informatikai és Matematikai Intézet

csanady.viktoria@uni-sopron.hu

ÖSSZEFOGLALÓ. A különböző covid variánsok gyakoriságának időbeli változása, a változás tendenciája matematikai modellek alkalmazásával jellemezhető. Az alábbiakban az egyes covid variánsok modellezése kerül bemutatásra Gauss függvények és telítési függvények felhasználásával. A vizsgálat során az egyes variánsok adatsorai függetlenül a többi variáns adataitól kerülnek tárgyalásra.

ABSTRACT. The change in the frequency of different covid variants over time on the tendency of the change can be characterized by applying mathematical models. Below, a modelling of each covid variant is presented using Gaussian functions and saturation functions. During the examination, the data sets of each variant are compared to the data of all other variants.

1. Bevezetés

Ismert tény, hogy a COVID-19 először 2019 novemberében a kelet-kínai Vuhan városában (Hupei-tartomány) jelent meg, majd ezt követően számos variánsa nehezítette a helyzetet az idő során. Az alábbiakban az egyes variánsok időfüggő folyamata a vizsgálat tárgya, csupán azonban matematikai oldalról vizsgálva, megfelelő modellek bevezetése révén. Az adatokhoz történő hozzájutás meglehetősen könnyűnek bizonyul a hétköznapi ember számára is, megbízhatóságuk azonban némi szórást feltételez. Az egyes variánsok vonatkozásában pedig a felelhető adatbázis már kevésbé könnyen elérhető. Ugyancsak problémát okoz a hétfégi adatok kumulációja, melyet hazánkban általában késleltetve bocsátottak nyilvánosságra. A vizsgált adathalmaz így a szomszédos Ausztria adatait tartalmazza 2021. 1. hetétől 2022. 28. hetével bezárólag, összesítve és variánsenként.

Az alábbiakban a variánsok előfordulási gyakoriságai kerülnek elemzésre, feltételezve az effajta folyamatok jellemző lefutását, így az egyes adatsorok haranggörbe jellegét, illetve a variánsenként kumulált adathalmazok telítődési jellegét. A két alkalmazott függvény [1] a transzformált Gauss görbe [4] valamint a telítődési függvények közül a transzformált Awrami függvény [3]. Az illesztések pontosságának ellenőrzésére a mindenkori korrelációs együttható, (nem lineáris korrelációs együttható) értékének ismerete ad lehetőséget, figyelembe véve, hogy biológiai folyamatok esetén a vizsgált érték alacsonyabb lehet, nem várható el olyan magas korreláció, mint pontosan mérhető fizikai jellemzőknél.

A cél azonban az, hogy a vizsgálat igazolja azt a tényt, hogy az egyes variánsok gyakoriságának időbeli változása eleget tesz a feltételezett tendenciáknak, így a gyakoriságok a haranggörbe jellegnek, illetve a kumulált halmazok a telítési jellegnek.

A felhasznált modellek becslést adnak az adatsorok lokális maximum helyeire és értékeire, a folyamat gyakorisági változási sebességének azon helyére és értékére, amelyben a folyamat tendenciája megtorpan, konvex-konkáv illetve konkáv-konvex irányban. Továbbá a telítési függvény lehetőséget kínál aszimptotikus jellegéből adódóan, hogy adott hibahatár esetén becslést adjon a folyamat lecsengésére.

Az illesztés során alkalmazott software a STATISTICA, a modellek paramétereinek számíttatása során a kezdőértékek jól becsülhetők.

A vizsgálat tárgya:

- ausztriai covid adatok 2021. 1. hét – 2022. 28. hét [2]. Heti lebontás vírus variánsokra illetve összesített adatszámra.

A vizsgált adathalmaz és az alkalmazott modellek:

Az adathalmaz esetében eltekintünk a teljes részletességtől az adatok fellelhetők a fentiekben megadott cím alatt.

Naptári hetek	B.1.1.7 (Alpha)	B.1.351 (Beta)	B.1 (Gamma)	B.1.617.2 (Delta)	BA.1 (Omikron)	BA.2/BA.3 (Omikron)	BA.4/BA.5 (Omikron)	B.1.1.529 nem differenciált (Omikron)	Össz esetek száma
2021-W01	108	7	0	0	0	0	0	0	115
2021-W02	352	59	0	0	0	0	0	0	411
2021-W03	456	137	0	0	0	0	0	0	593
2021-W04	1052	179	0	0	0	0	0	0	1231
2021-W05	1978	123	0	1	0	0	0	0	2102
2021-W06	1980	110	0	0	0	0	0	0	2090
2021-W07	3659	88	0	0	0	0	0	0	3747
2021-W08	7690	147	0	0	1	1	0	0	7839
2021-W09	9601	97	0	0	0	0	0	0	9698
2021-W10	11411	103	1	0	0	0	0	0	11515
.
.
.
2022-W22	0	0	0	3	31	5053	1858	41	6986
2022-W23	1	0	0	2	42	5692	3991	69	9797
2022-W24	0	0	0	0	55	7400	7542	100	15097
2022-W25	0	0	0	1	78	6633	13920	78	20710
2022-W26	0	0	0	1	73	1676	21932	51	23733
2022-W27	0	0	0	1	121	934	21173	43	22272
2022-W28	0	0	0	2	112	669	21751	82	22616

1. táblázat. Covid adatok

Az alkalmazott regressziós modellek:

- Transzformált Gauss függvény

- matematikai alakja:

$$y = \frac{b_3}{e^{(b_2(x-b_1))^2}} + b_0$$

- számítógépes alak:

$$var2 = b3/exp(b2 * (var1 - 1 * b1))^2 + b0.$$

- Awrami telítési függvény

- matematikai alakja:

$$y = b_3 \left(1 - e^{-(b_2 x)^{b_1}}\right) + b_0$$

- számítógépes alak:

$$var2 = b3 * \left(1 - exp\left(-1 * ((b2 * var1)^{b1})\right)\right) + b0.$$

A modellek rövid jellemzése:

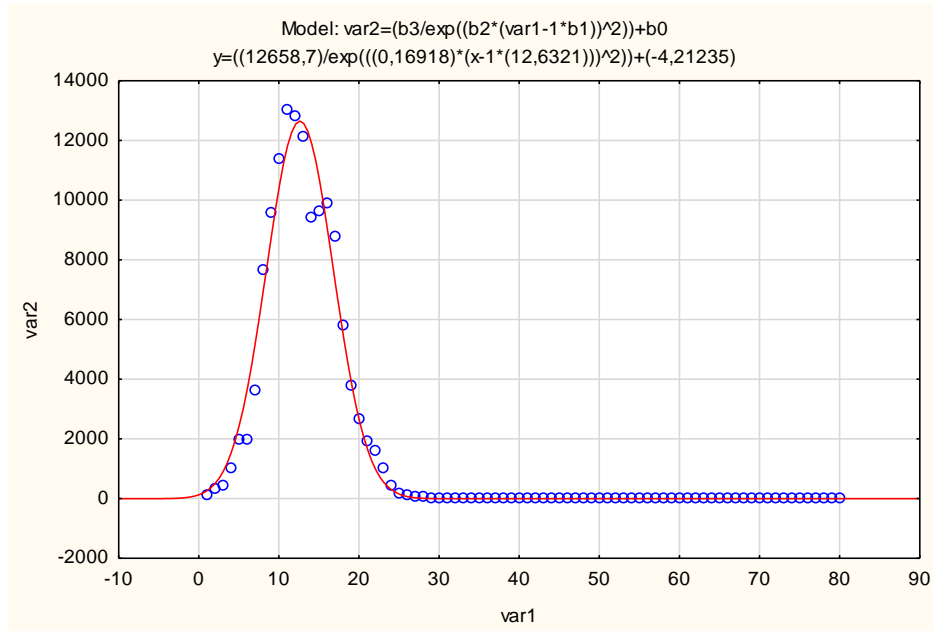
Az alkalmazott Gauss függvény négy paraméteres általános modell, ami rendelkezik a szükséges eltolási és nyújtási paraméterekkel. A paraméterek értékeiből pontosan megadhatók a modell fő matematikai jellemzői, így a lokális szélsőérték helye és értéke, továbbá számíthatók az inflexiós koordináták, melyek a folyamat változását jellemzik. A négy paraméter kezdőértékének megadása az adathalmazból becsülhető szükség esetén. Az alkalmazott Awrami telítési függvény kis változtatással három paraméteres, nem tartalmazza a függőleges eltolást a folyamat jellege miatt. A három paraméter kezdőértéke nem igényel bonyolult becslést a program által megadott kezdőérték szükség esetén módosítható az adatsor alapján. A paraméterek ismeretében jellemezhető a folyamat változása az inflexiós pont ismeretében, valamint adott hibahatárra számítható a lecsengés várható időpontja. Az illesztések során a modell változói:

- VAR1 = Naptári hetek sorszáma
- VAR2 = B.1.1.7 Alpha
- VAR3 = B.1.351 Béta
- VAR4 = B.1 Gamma
- VAR5 = B.1.617.2 Delta
- VAR6 = BA.1 Omikron
- VAR7 = BA.2/BA.3 Omikron
- VAR8 = BA.4/BA.5 Omikron
- VAR9 = B.1.1.529 nem differenciált Omikron.

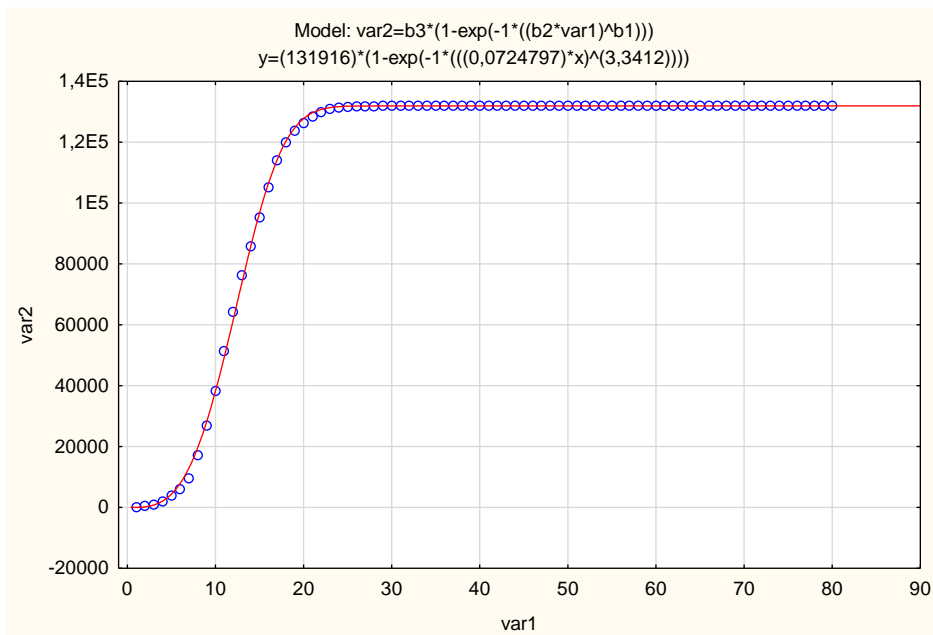
2. Számított eredmények, kiértékelés

2.1. A covid variánsok adatsorainak regressziós eredményei

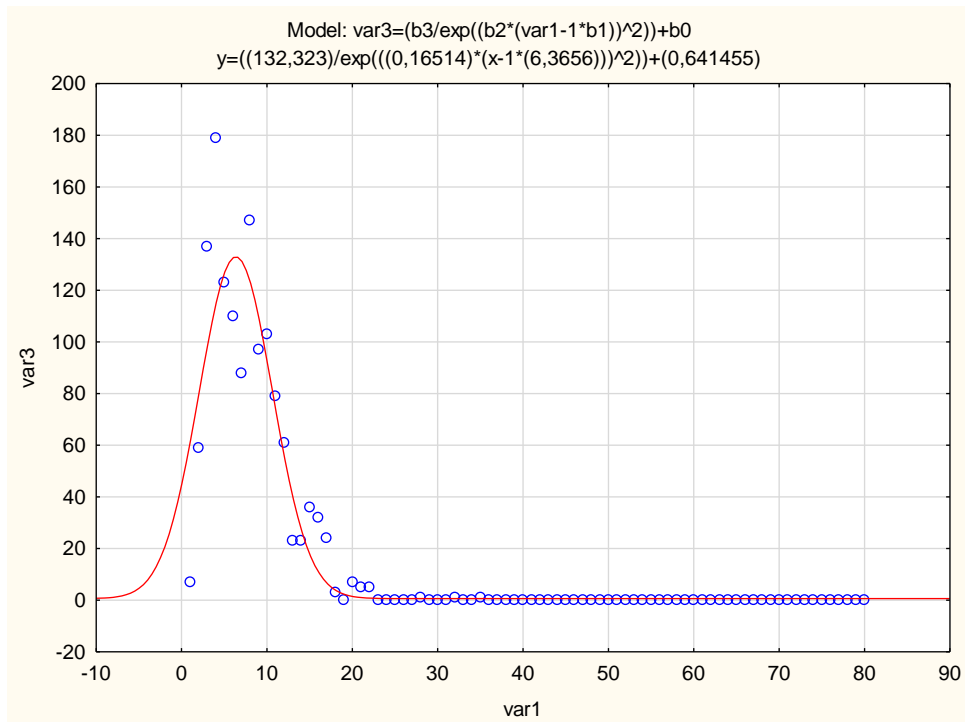
Mind a nyolc vírus variáns esetén elsőként a Gauss alkalmazás eredményeit tüntetjük fel majd közvetlen utána az Awrami eredményeit grafikus reprezentációkban.



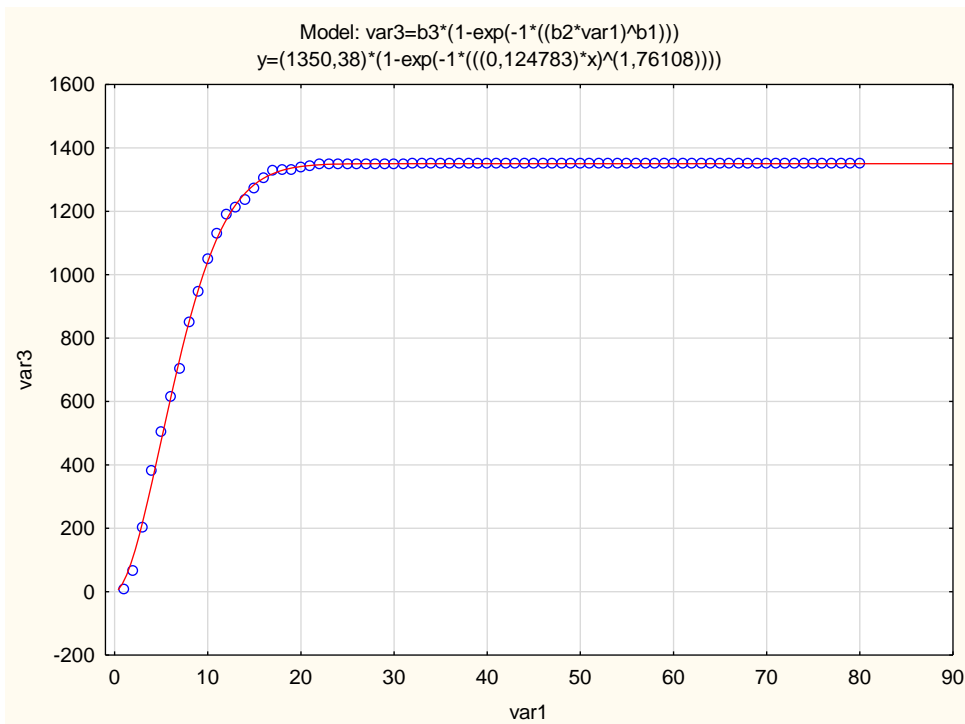
1. ábra. B.1.1.7 Alpha GAUSS



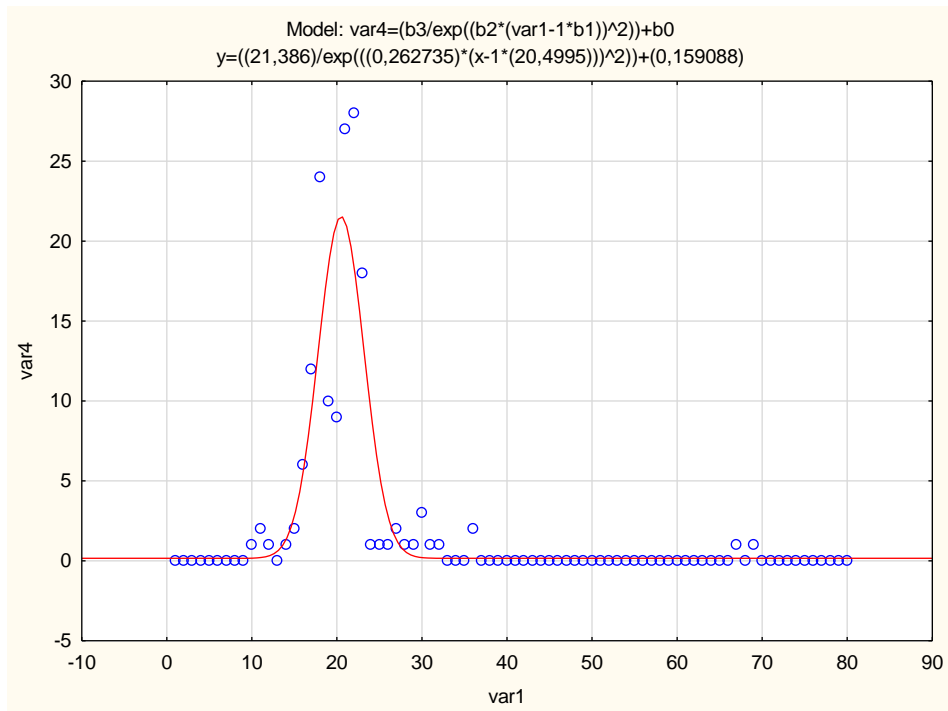
2. ábra. B.1.1.7 Alpha AWRAMI



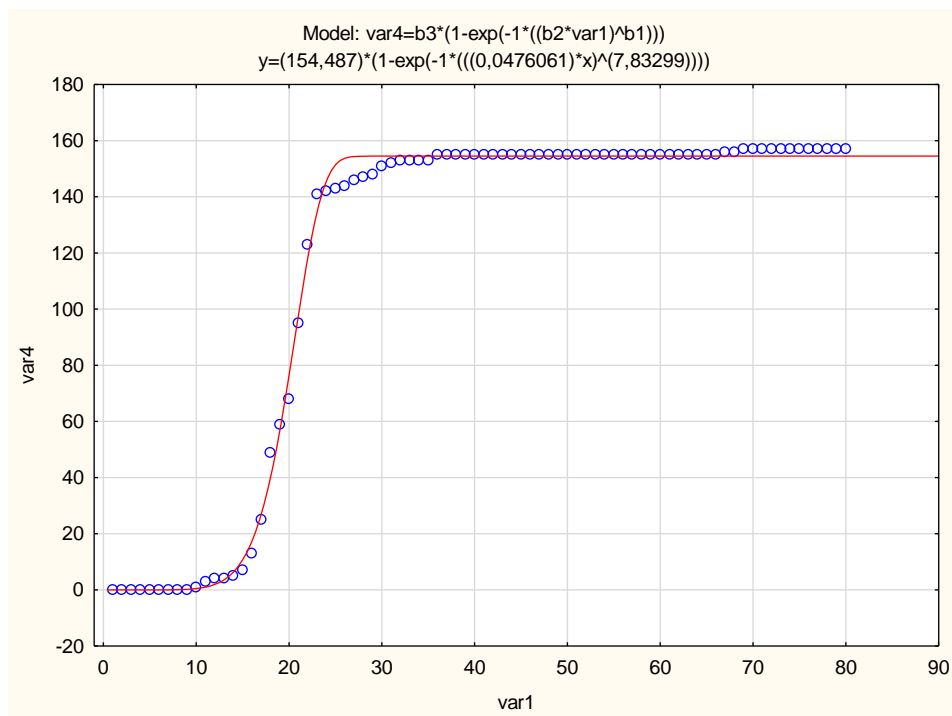
3. ábra. B.1.351 Beta GAUSS



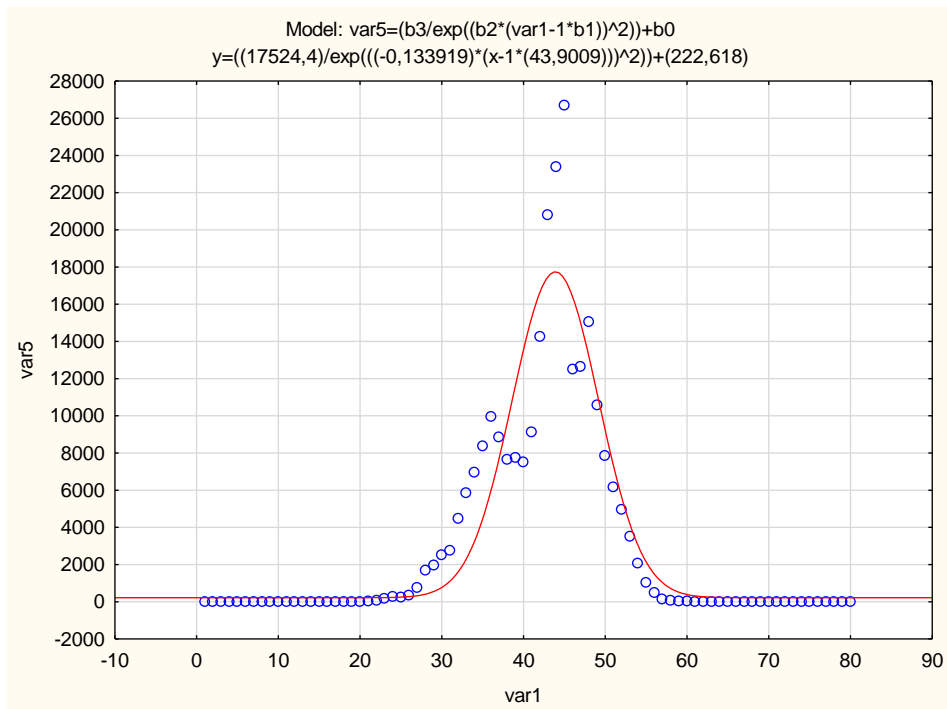
4. ábra. B.1.351 Beta AWRAMI



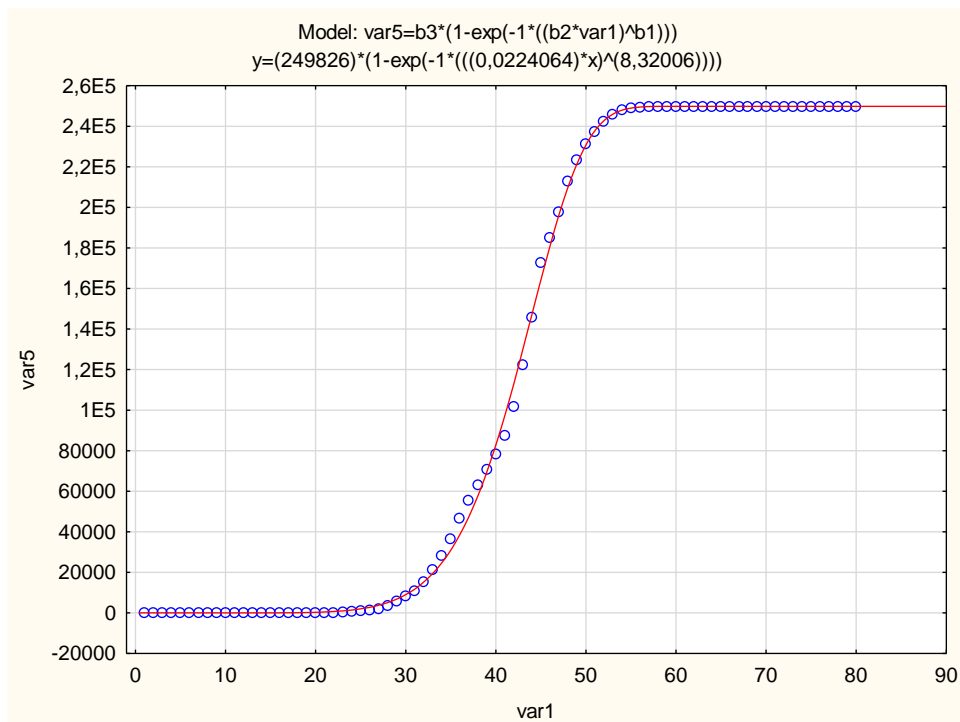
5. ábra. B.1 Gamma GAUSS



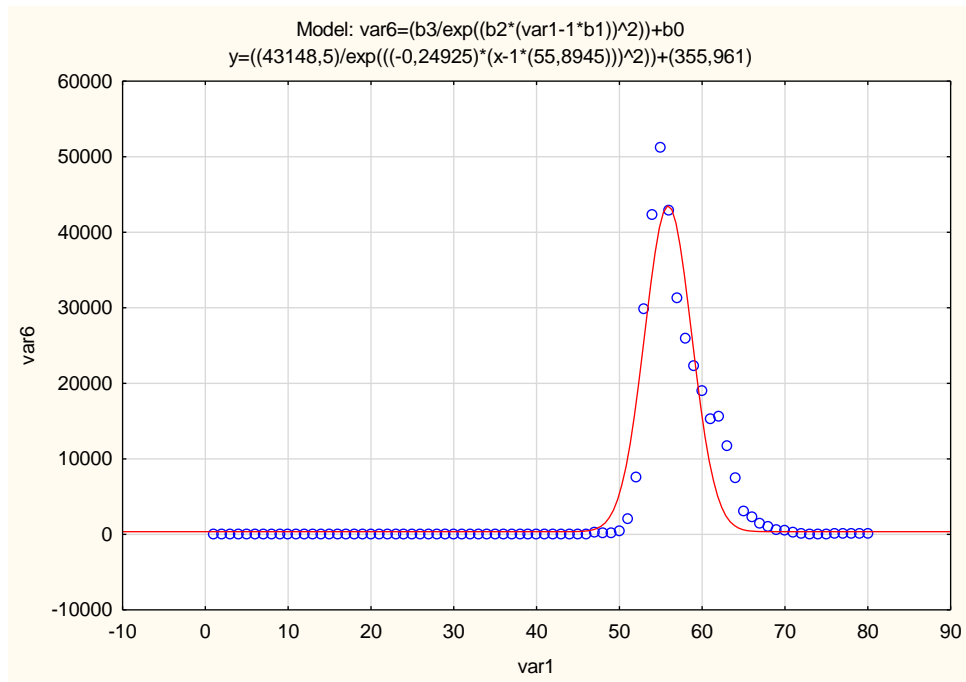
6. ábra. B.1 Gamma AWRAMI



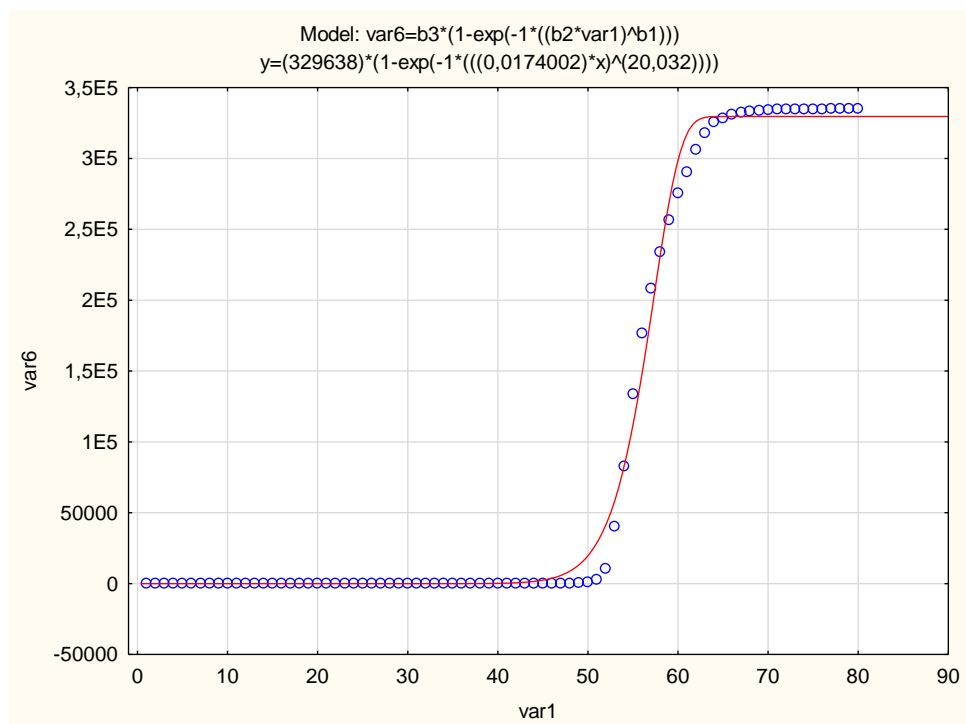
7. ábra. B.1.617.2 Delta GAUSS



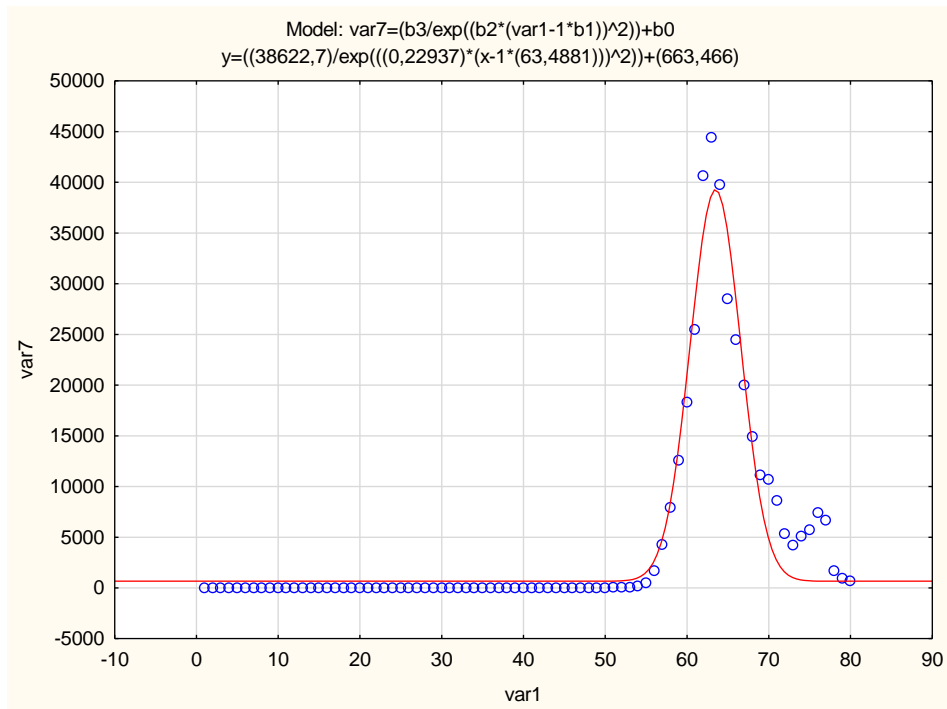
8. ábra. B.1.617.2 Delta AWRAMI



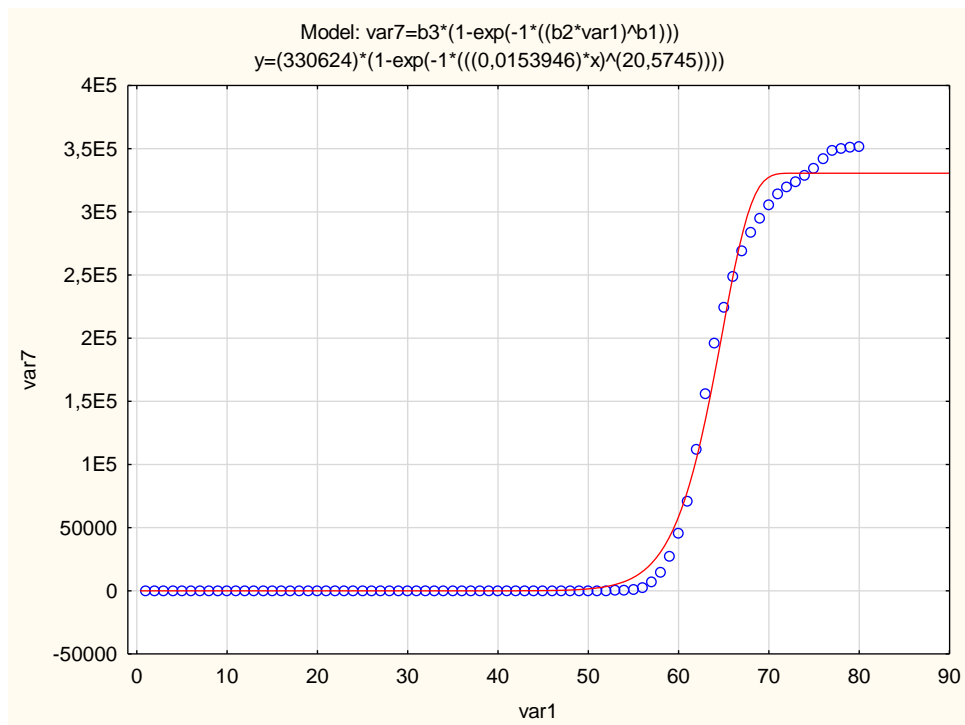
9. ábra. BA.1 Omikron GAUSS



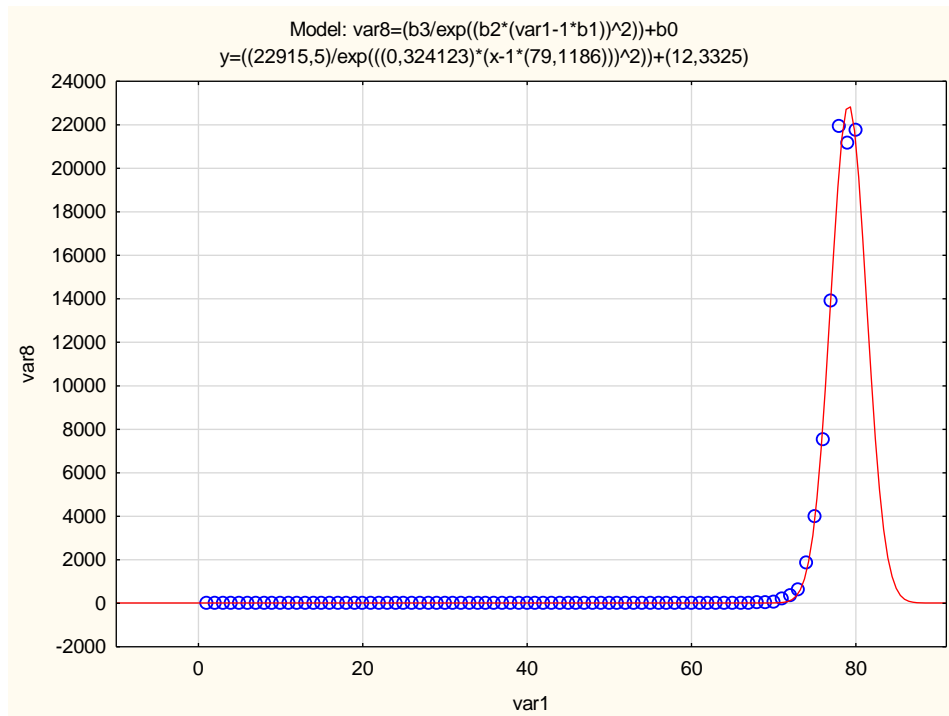
10. ábra. BA.1 Omikron AWRAMI



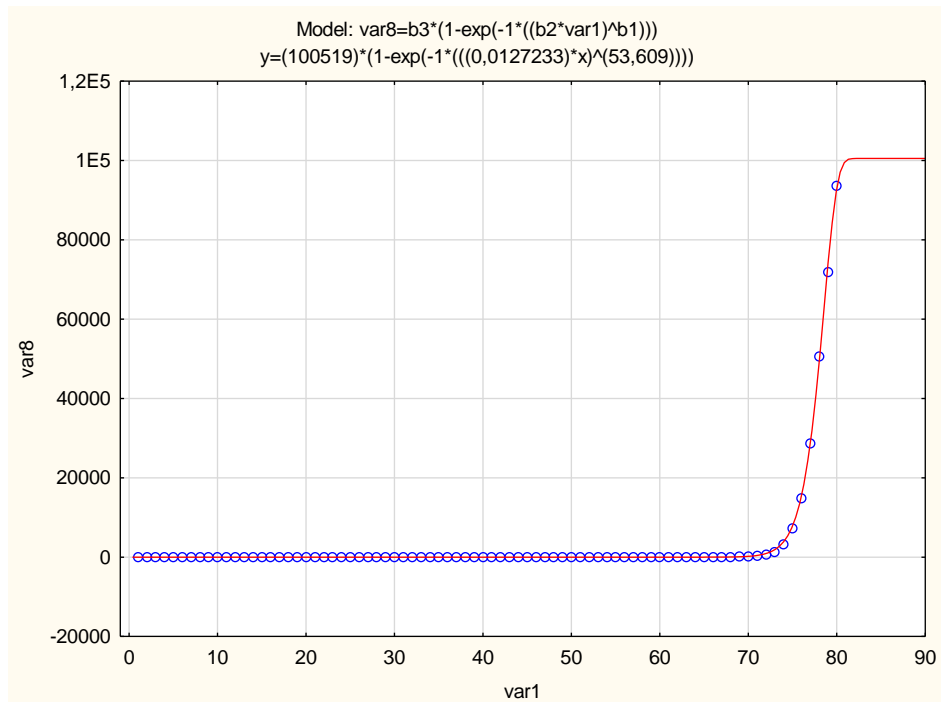
11. ábra. BA.2/BA.3 Omikron GAUSS



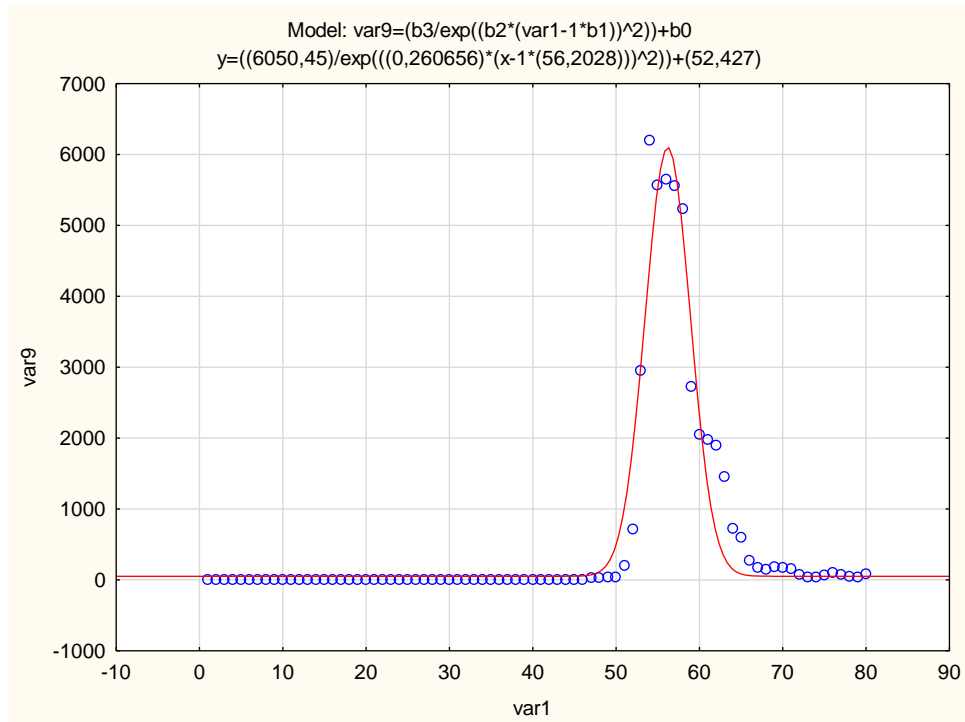
12. ábra. BA.2/BA.3 Omikron AWRAMI



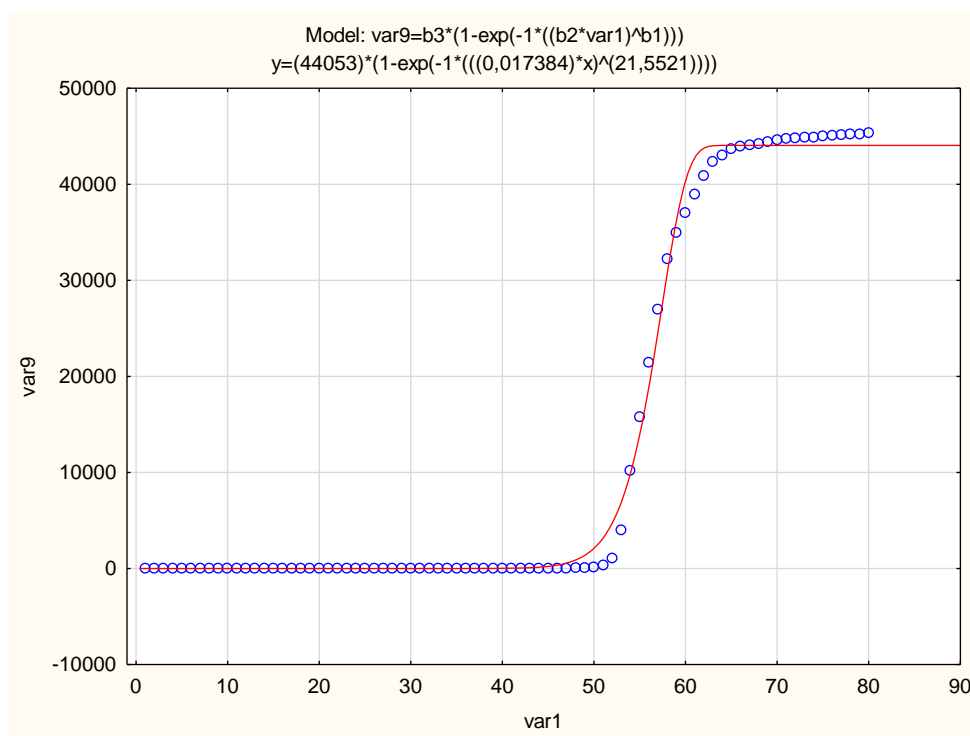
13. ábra. BA.4/BA.5 Omikron GAUSS



14. ábra. BA.4/BA.5 Omikron AWRAMI



15. ábra. B.1.1.529 nem deff. Omikron GAUSS



16. ábra. B.1.1.529 nem deff. Omikron AWRAMI

2.2. Elemzés, értékelés

A covid variánsok regressziós vizsgálatának elemzése illesztett modellenként:

- *A Gauss görbe illesztésének eredményei:*

Az alábbi táblázat összefoglalja az egyes vírus variánsok tényleges és becsült lokális maximum helyeit, valamint az azokhoz tartozó becsült maximum értékek %-os hibáját illetve a korrelációs együttható értékét.

Variánsok	Maximum hely (hét)		Maximum érték hibája (%)	R
	Tényleges	Becsült		
VAR2	11	12,6	2,9	0,9891
VAR3	4	6,4	26	0,9418
VAR4	22	20,5	23,9	0,8762
VAR5	45	43,9	35,2	0,9303
VAR6	55	55,9	16,4	0,9537
VAR7	63	63,5	14,5	0,9730
VAR8	78	79,1	4,4	0,9976
VAR9	54	56,2	1,6	0,9668

2. táblázat. Gauss modell összefoglaló

- *Az Awrami függvény illesztésének eredményei:*

A megadott táblázatban R a korrelációs együttható, VAR1_H az az időpont – hét - amitől számítva a függő változó eltérése a határértéktől kisebb, mint 1%. Az eltérés pedig az mutatja, hogy a jelölt időponttól a kísérlet végpontjáig hány % volt a tényleges változás.

Variánsok	VAR1 _H 1%	Eltérés%	R
VAR2	22,6	1,6	0,9998
VAR3	19	1,5	0,9994
VAR4	25,9	8,3	0,9988
VAR5	54,6	0,03	0,9997
VAR6	63,4	5,1	0,9980
VAR7	71,5	10,7	0,9975
VAR8	79	-	0,9998
VAR9	63,4	0,002	0,9983

3. táblázat. AWRAMI modell összefoglaló

Értékelés:

A fentiekben megadott táblázati értékek, valamint bemutatott grafikus reprezentációk azt igazolják, hogy a választott modellek jól illeszkednek az egyes vírus variánsok adatsoraira. Minden egyes esetben a telítési függvényénél az R érték meghaladja a 0,99-t ami szoros kapcsolatra utal. A Gauss görbe esetében már alacsonyabbak a korrelációs együttható értékek, kirívó a VAR4 $R=0,8762$ értéke, ami még elfogadható szorosságra utal. A bizonytalanságot az adathalmaz ingadozása okozza, aminek tényleges mivoltát nem ismerjük, nem keressük.

A Gauss görbe a maximum helyek értékét jó közelítéssel becsüli, viszont a maximum értékek esetében a VAR3, VAR4 és VAR5 jelentős %-os eltérés mutat, amit a tényleges adatsorok túlzott meredeksége okoz. Az Awrami függvény illeszkedése kifogástalan azonban bizonyos esetekben az 1%-os hibahatár bizonytalan, amit itt az adatsorok ingadozásával magyarázható. A VAR8 esetében nem adható meg értelmes hibahatár, mivel az adatsor még felszökő jellegű, változása nyilván bizonytalan.

Összességében kijelenthető, hogy a felhasznált modellek az egyes vírus variánsok folyamatát jól jellemzik, az adatsorok ingadozása, hirtelen változása ellenére.

3. Összefoglaló

A napjainkban még mindig aktuális covid vírus fertőzöttségi adatai összességében ingadozó jelleget mutatnak. Felmerül a kérdés azonban, hogy ismerve a folyamatban előforduló vírus variánsok esetszámait, azok jellemezhetők-e megfelelő matematikai modellel. Feltételezve azt, hogy az ilyen jellegű folyamatok általában telítési jelleget mutatnak. Ehhez azonban arra van szükség, hogy az egyes variánsok előfordulási adatait ismerjük. A választott adatsorok ennek a kritériumnak megfelelnek, így a modellek illesztése végrehajtható.

Az eredmények azt mutatják, hogy a feltételezett telítési jelleg igazolja a folyamatot, kumulált adatsorok esetén, míg a gyakorisági adatok folyamata jellemezhető egy transzformált Gauss függvényvel. A magas korrelációs együtthatók ellenére a becslésekben előfordulnak jelentősebb eltérések, ami nyilván magyarázható az ilyen jellegű biológiai folyamatok bizonytalanságával.

Irodalomjegyzék

- [1] Csanády, V., Horváth-Szováti, E., Szalay, L., Alkalmazott statisztika, Sopron, Nyugat-Magyarországi Egyetem Kiadó (2013), 175 p.
- [2] AGES - Österreichische Agentur für Gesundheit und Ernährungssicherheit GmbH, <https://www.ages.at>
- [3] Csanády, V., Nemlineáris regressziók alkalmazása gyakorlati példákban, Dimenziók: Matematikai közlemények 1 (2013) 19-26.
- [4] Csanády, V., Segédlet a kutatási eredmények számítógépes kiértékelése c. PhD. tárgyhoz. (2012) 2-54.